

Devoir en temps limité n°6

Toute réponse non justifiée ne donnera pas lieu à attribution de points.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : Chimie

A) L'iodure de thallium (Mines – Ponts MP 2004)

L'iodure de thallium est utilisé pour la détection infrarouge et pour la thermographie.

Ce composé cristallise dans une structure cubique dans laquelle la coordinence de l'ion Tl^+ est 8 par rapport à l'ion iodure I^- .

- A.1) A quel type structural connu appartient l'iodure de thallium ? Faire le schéma de cette structure.
- A.2) Calculer la valeur du paramètre a , arête de la maille d'iodure de thallium. Vérifier que les anions ne sont pas en contact.
- A.3) Exprimer la compacité en fonction des rayons ioniques ainsi que la masse volumique en fonction de la masse molaire de l'iodure de thallium et du paramètre a . Application numérique.

Données numériques : $R(Tl^+) = 173 \text{ pm}$; $R(I^-) = 220 \text{ pm}$; $M(I) = 128 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(Tl) = 204 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Nombre d'Avogadro : $N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

B) Les cristaux de diiode (Mines – Ponts PSI 2004)

Le diiode cristallise dans le type structural suivant : le réseau présente la symétrie orthorhombique : la maille est un prisme droit à base rectangulaire (de côté a et b et de hauteur c) et chaque sommet ainsi que chaque centre de face est occupé par l'entité I_2 (aucune connaissance préalable sur ce type de structure n'est nécessaire pour la résolution des questions suivantes). Dans le cas du diiode, les paramètres de mailles ont pour valeur approximative : $a = 700 \text{ pm}$, $b = 1000 \text{ pm}$ et $c = 500 \text{ pm}$.

- B.1) Combien de motifs I_2 la maille possède-t-elle en propre ?
- B.2) Quelle est la masse volumique approximative du diiode solide ? Les cristaux de diiode flottent-ils sur l'eau ?

Données numériques : $M(I) = 128 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; nombre d'Avogadro : $N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

C) Silicium (Centrale PSI 2004)

Le silicium cristallise dans la structure type diamant : c'est une structure cubique à face centrée dans laquelle un site tétraédrique sur deux est occupé. Déterminer en notant a le paramètre de maille :

- C.1) la coordinence des atomes de Si ;

- C.2) le nombre d'atomes de Si par maille ;
 C.3) le rayon covalent de l'atome de Si, noté r_{Si} ;
 C.4) la compacité de la structure ;
 C.5) Application numérique.

Données :

- masse molaire : $M(\text{Si}) = 28,1 \text{ g.mol}^{-1}$;
- masse volumique : $\mu = 2330 \text{ kg.m}^{-3}$,
- nombre d'Avogadro : $N = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Calculer a et r_{Si} .

D) Titanate de plomb (CCP TSI 2004)

Le titanate de plomb est un solide ionique qui existe à l'état naturel sous le nom de macédonite. Il est utilisé dans l'industrie électronique. Sa structure cristalline à haute température est du type pérovskite dont la description est la suivante :

- les ions plomb Pb^{2+} occupent les sommets d'un cube d'arête a ;
- les ions oxyde O^{2-} occupent les centres des faces du cube ;
- l'ion titane Ti^{4+} occupe le centre du cube.

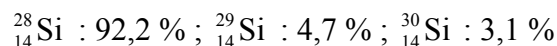
- D.1) Représenter la maille cubique décrite ci-dessus.
 D.2) En vous référant à la description de la structure, indiquer le nombre d'ions de chaque type par maille. En déduire la formule brute du titanate de plomb et vérifier la neutralité électrique de la maille cubique.
 D.3) Indiquer pour un ion titane le nombre d'ions oxyde qui sont ses plus proches voisins.
 D.4) Répondre à la même question pour un ion plomb en considérant les 8 mailles qui entourent l'ion plomb étudié.
 D.5) Dans les structures ioniques idéales, les ions sont assimilés à des sphères dures et tous les anions sont tangents aux cations qui les entourent. Calculer, dans une structure pérovskite idéale, la longueur de l'arête a du titanate de plomb de deux façons différentes : en considérant d'une part que les ions plomb et oxyde sont tangents et d'autre part que les ions titane et oxyde sont tangents (On exprimera la distance entre les centres des ions en fonction des rayons ioniques, puis en fonction de a). La structure du titanate de plomb est-elle une structure ionique idéale ?

Données numériques : $r(\text{Pb}^{2+}) = 120 \text{ pm}$; $r(\text{Ti}^{4+}) = 68 \text{ pm}$; $r(\text{O}^{2-}) = 140 \text{ pm}$.

E) Silicium (encore) (ENSTIM 2004)

- E.1) Ecrire la configuration électronique dans l'état fondamental du silicium de numéro atomique $Z = 14$. Citer un élément de la même colonne.

Le silicium existe à l'état naturel sous les trois formes isotopiques suivantes :



- E.2) Estimer la masse molaire atomique moyenne de l'élément Si.
- E.3) La masse molaire de l'oxygène étant de $16,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, quelle est la masse molaire moyenne de la silice SiO_2 ?
- E.4) On rappelle que le numéro atomique de l'oxygène est $Z = 8$. Proposer alors un schéma de Lewis de la molécule de SiO_2 . Quelle est la géométrie de cette molécule ? Citer une molécule de géométrie analogue à celle de SiO_2 .
- E.5) La silice dissoute dans l'eau a pour formule chimique H_4SiO_4 . Proposer une formule de Lewis de la silice dissoute.

F) Le soufre (Véto 2004)

- F.1) Donner la configuration électronique du soufre dans son état fondamental.
- F.2) Indiquer dans quelle colonne du tableau périodique se trouve le soufre.
- F.3) Donner le schéma de Lewis et la géométrie des molécules et ions suivant selon la méthode VSEPR : SO_2 , SF_6 et SO_4^{2-} .
- F.4) Que pensez-vous des longueurs des liaisons soufre-oxygène dans l'ion sulfate SO_4^{2-} ? Expliquer clairement.

Données numériques : Soufre : $Z = 16$; oxygène : $Z = 8$; fluor : $Z = 9$.

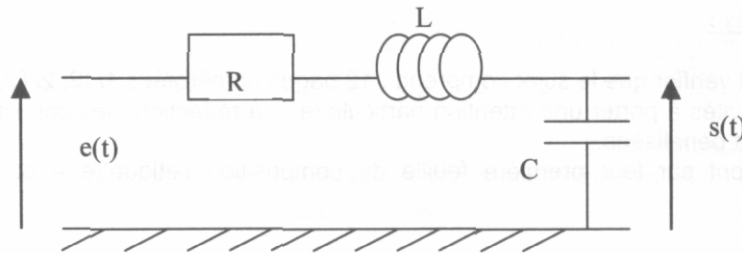
Devoir en temps limité n°6

Toute réponse non justifiée ne donnera pas lieu à attribution de points.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 2 : le facteur de qualité (ENSTIM 2004)

On étudie le circuit linéaire ci-dessous.



Il est composé de trois dipôles en série : une résistance R, une inductance parfaite de coefficient d'induction L, et d'un condensateur de capacité C.

Il est soumis à une tension d'entrée sinusoïdale $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$. On note s(t) la tension de sortie.

En notation complexe, on notera, pour e(t) par exemple, $\underline{e}(t) = \underline{E}_m e^{j\omega t} = E_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ avec \underline{E}_m l'amplitude complexe.

- 1) A l'aide de deux schémas équivalents du circuit, l'un en hautes fréquences, l'autre en basses fréquences, donner la nature du filtre.
- 2) Fonction de transfert

a) Etablir la fonction de transfert de ce filtre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$ avec

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}.$$

Donner l'ordre de ce filtre.

- b) Si e(t) est une fonction quelconque du temps (non sinusoïdale), quelle est l'équation différentielle entre les fonctions s(t) et e(t) ?

Pour quelle raison peut-on affirmer la convergence du régime transitoire ?

- 3) Exprimer le module de la fonction de transfert $|\underline{H}(j\omega)|$, en fonction de ω , ω_0 et Q.

4) Montrer que $|\underline{H}(j\omega)|$ passe par un maximum pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. Comment appelle-t-on ce phénomène ?

Déterminer ω_r , la pulsation correspondant à ce phénomène, en fonction de ω_0 et Q .

5) On appelle gain, la fonction $G_{dB} = 20 \log|\underline{H}(j\omega)|$.

Donner les équations des asymptotes de G_{dB} aux basses fréquences et aux hautes fréquences.

Exprimer $G_{dB}(\omega = \omega_0)$.

6) Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain pour $Q = 10$ et $Q = 0,1$ sur la copie.

On définit les pulsations de coupure (ω_c) d'un filtre par la relation : $|\underline{H}(j\omega_c)| < \frac{|\underline{H}(j\omega)|_{\max}}{\sqrt{2}}$.

Justifier que la bande passante est alors définie à -3 dB et placez la sur les graphes.

7) Interprétation énergétique du facteur de qualité Q .

On suppose $Q \gg 1$.

a) Montrer que si $\omega = \omega_0$, alors $i(t) = I_{\max} \cos(\omega_0 t)$.

b) Déterminer alors $u_c(t)$, la tension aux bornes du condensateur en fonction de C , ω_0 et I_{\max} .

c) On note ΔW l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance sur une période.

Montrer que
$$\Delta W = \frac{\pi R I_{\max}^2}{\omega_0}$$
.

d) On note W_m l'énergie maximale reçue par le condensateur.

Montrer que
$$W_m = \frac{I_{\max}^2}{2C\omega_0^2}$$
.

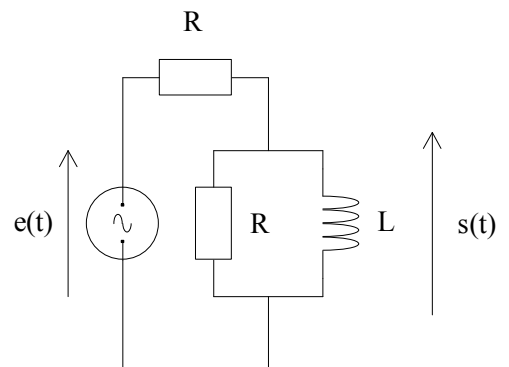
e) En déduire que $Q = 2\pi \frac{W_m}{\Delta W}$.

Exercice 3 : filtre (Banque Agro 2004)

Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur sinusoïdal de fréquence f et de tension maximale E .

On associe à la grandeur $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$ la grandeur complexe $\underline{u} = U e^{j(\omega t + \varphi)}$ avec $j^2 = -1$ et $\omega = 2\pi f$.

- Comment se comporte le circuit en hautes et basses fréquences ? Quelle est la nature du filtre que constitue ce circuit ?
- Etablir la fonction de transfert en notations complexe,



$$\underline{H} = \frac{s}{e}$$
. Mettre le résultat sous la forme $\frac{H_0}{1 + \frac{f_0}{jf}}$. Exprimer H_0 et f_0 en fonction de L et R .

- 3) En déduire la fréquence de coupure du filtre à -3 db, qu'on notera f_c . Application numérique
 - 4) Tracer l'allure des diagrammes de Bode en fonction de la fréquence sur papier semi-logarithmique.
- Données : $R = 1000 \Omega$ et $L = 0,43$ mH.

Exercice 4 : amplificateur opérationnel (Ecole de l'Air PC 2004)

Le montage ci-contre comporte un amplificateur opérationnel idéal en régime linéaire. La tension $e(t)$ est sinusoïdale.

- 1) Exprimer le potentiel V_B en B en fonction de V_S .
- 2) Exprimer le potentiel V_A en A en fonction de V_S et e .

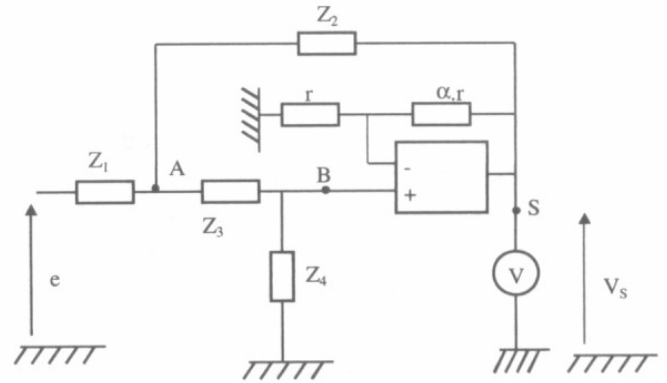
- 3) En déduire la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{V_s}{e}$ en

fonction de α et des $\frac{1}{Z_i} = Y_i$.

- 4) On pose $Y_1 = Y_3 = 1/R$ et $Y_2 = Y_4 = jC\omega$.

Montrer que \underline{H} peut s'écrire sous la forme : $\underline{H} = \frac{A}{1 + 2.j.m.\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$.

Donner les expressions de A, m et ω_0 .



FIN DE L'ÉPREUVE